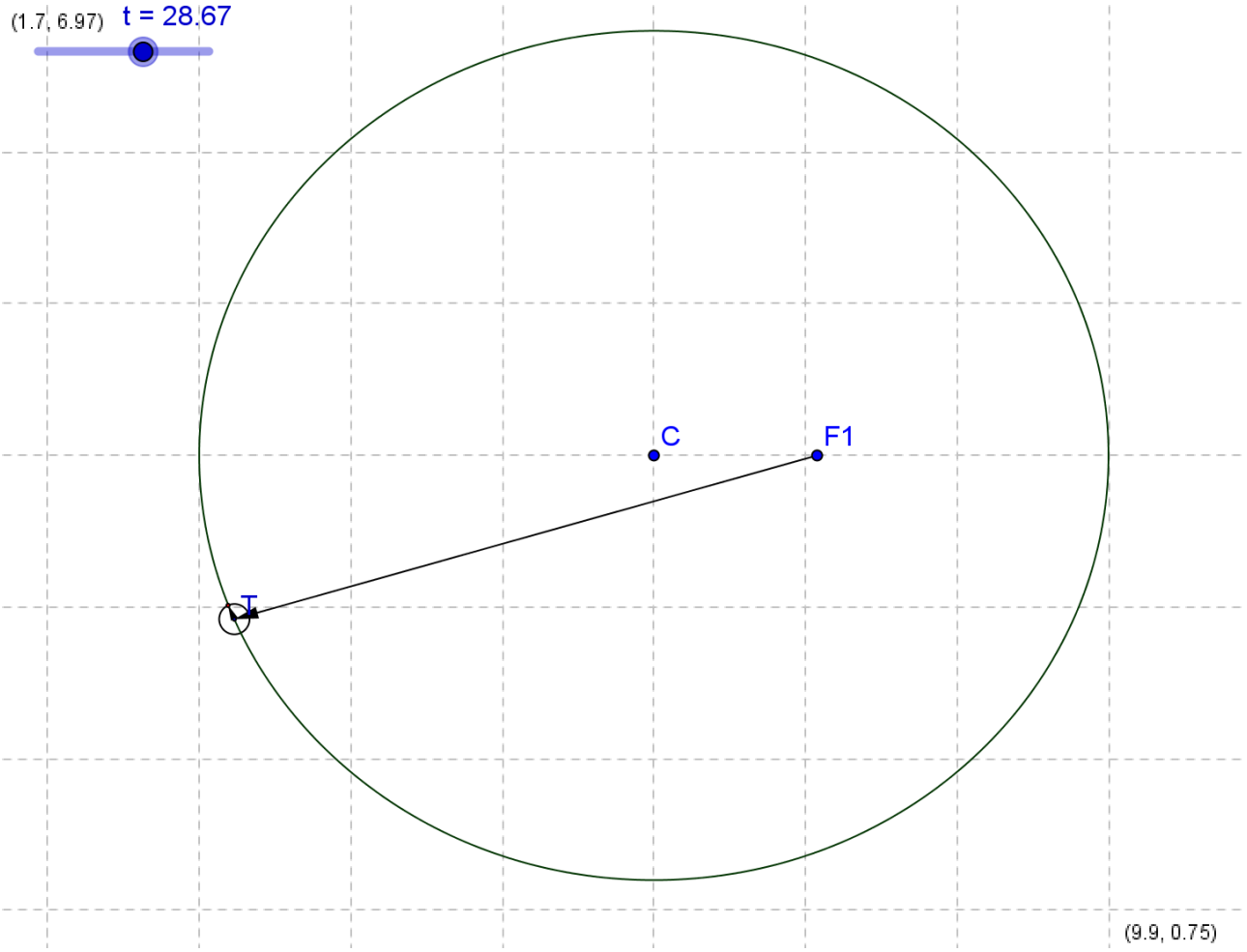
Moti della Luna

Il moto della Luna rispetto al Sole risulta dalla composizione di due principali moti diversi, uno di rivoluzione intorno alla Terra e uno, insieme alla Terra, di rivoluzione intorno al Sole. la Luna è poi animata, come la Terra, di un moto di rotazione. Il moto di rivoluzione della luna attorno alla terra dura circa un mese. Per cui in un anno la luna compie dodici volte un giro attorno alla terra (dodici anelli attorno all'orbita terrestre)

Descrizione del moto e formule usate.

Per chiarezza espositiva e per fini didattici si è considerata la traiettoria ellittica accentuandone l'eccentricità. Per lo stesso motivo si sono scelti parametri arbitrari.



Col programma Geogebra e con la matematica è possibile costruire delle animazioni che simulano il moto della terra e della luna attorno al sole.

Il moto della terra è definito da un vettore $\vec{v}$ i cui estremi sono F_1 e T. F_1 è un fuoco dell'ellisse e rappresenta il sole (prima legge di Keplero). Il secondo estremo T è la Terra. L'estremo T (Terra) si muove su un'ellisse che rappresenta la traiettoria della terra attorno al sole. La traiettoria è descritta della posizione del punto T(x; y). Le

coordinate x, y del punto T sono variabili in funzione del tempo t. Perciò il punto T che indica la posizione della terra è funzione di due variabili x, y che a loro volta sono funzioni del tempo. Cioè:

$$T = f(x(t);y(t))$$

Chiamiamo con C l'intersezione degli assi di simmetria dell'ellisse. Le coordinate di C siano m ed n. Perciò C(m, n)

Nell'esempio didattico si è considerato m = 6 ed n = 4.

Si è assunto a mo' di esempio didattico il semiasse dell'ellisse in direzione x a =3 .

Si è assunto a mo' di esempio didattico il semiasse dell'ellisse in direzione y b =2,8 .

Perciò il punto C ha coordinate C(6;4).

L'ascissa della terra ha equazione oraria $x(t) = m + \text{a} \cdot \cos(t)$

L'ordinata della terra ha equazione oraria $y(t) = n + \text{b} \cdot \text{sen}(t)$

Perciò il moto della terra è $T = f\big(x(t); y(t)\big) = (6 + 3\cos(t)\,; 4 + 2{,}8sen(t))$

La traiettoria della terra è un'ellisse della forma:

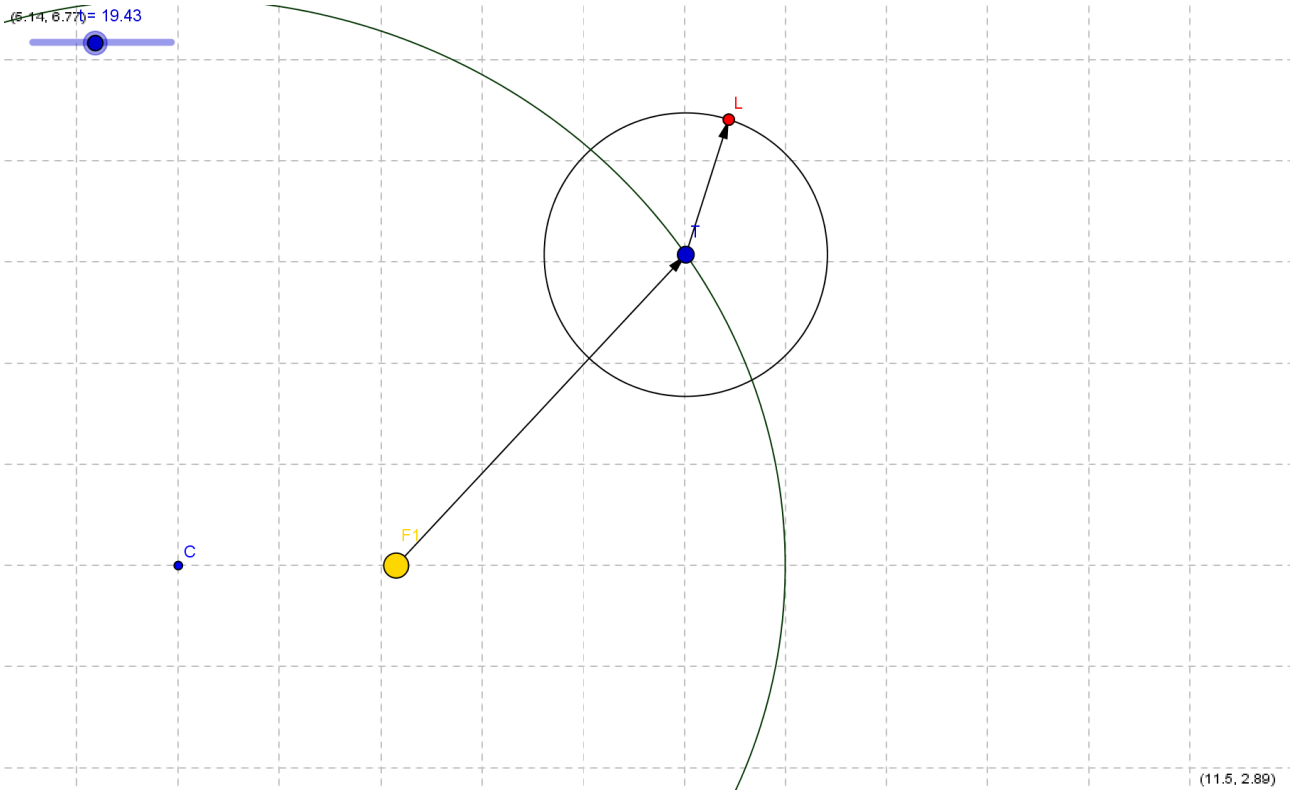
$$\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$$

Per cui:

$$\frac{(x-6)^2}{3^2} + \frac{(y-4)^2}{2{,}8^2} = 1$$

La luna si muove tracciando una traiettoria composta data dal vettore $\overrightarrow{q} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.

Il vetture u ha origine sul punto T (terra, punto mobile) ed estremo su una circonferenza di cui il punto T è il centro. La circonferenza ha il raggio pari al modulo del vettore u. $|\vec{u}| = \sqrt{0{,}01} = 0{,}1$



Perciò la luna si muove rispetto alla terra su una circonferenza di equazione

$$(x - x(t))^2 + (y - y(t))^2 = 0{,}01$$

Perciò la funzione del moto della luna è

$$L = (x(t) + x_l(t); y(t) + y_l(t))$$

E quindi

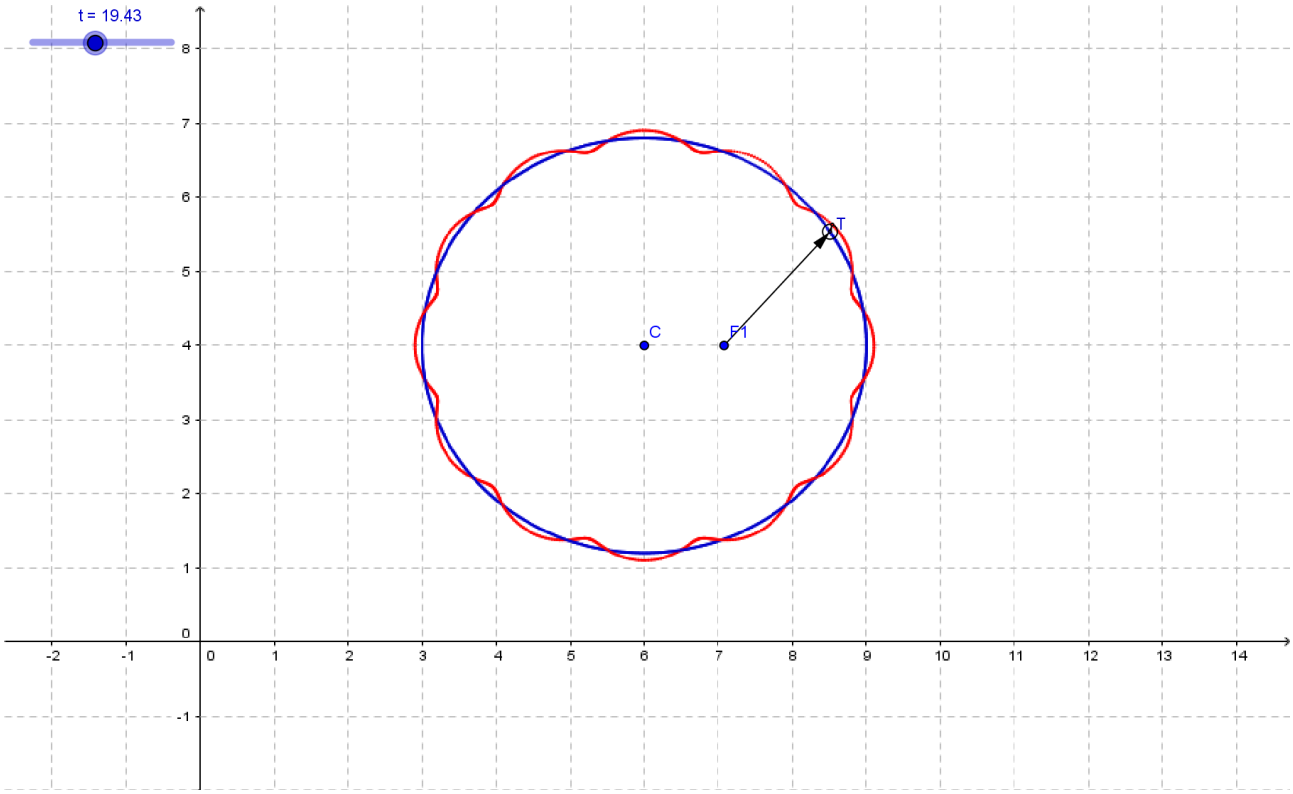
$$L = (6 + 3\cos(t) + 0{,}1\cos(13t)\,; 4 + 2{,}8sen(t) + 0{,}1sen(13t))$$

Cioè la luna si muove rispetto alla terra con la seguente legge oraria

$$L_t = (0{,}1\cos(13t)\,; 0{,}1sen(13t))$$

E rispetto al sole con la legge oraria

$$L = (6 + 3\cos(t) + 0{,}1\cos(13t)\,; 4 + 2{,}8sen(t) + 0{,}1sen(13t))$$



Si associano tre animazioni: la prima ci consente di capire e visualizzare il meccanismo cinematico. La seconda descrive il moto e la terza lo inquadra in un ambiente cosmologico.

Terra-luna_Animazione 1

https://www.geogebra.org/m/maz97dbq

Terra-luna_Animazione 2

https://www.geogebra.org/m/m4ss4qgm

Terra-luna_Animazione 3

https://www.geogebra.org/m/t2yrystn