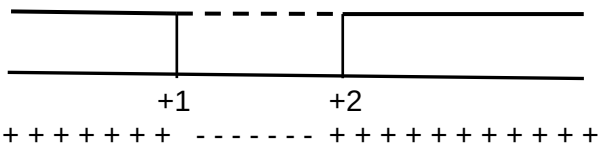
Fare lo studio della seguente funzione

$$y = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 3x + 2}$$

DOMINIO
Si tratta di una funzione razionale fratta. Il dominio si calcola uguagliando a zero il denominatore ed escludendo i valori trovati.
$x^2 - 3x + 2 = 0$; che fornisce per soluzioni x= +1 e x = +2. Perciò il dominio è D = R–{+1; +2};

ASINTOTI
Gli asintoti verticali si calcolano in corrispondenza dei punti di discontinuità.
studiamo il segno del denominatore .



Calcoliamo i limiti

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 3x + 2} = +\infty \qquad \lim_{x\to 1^-} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 3x + 2} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 3x + 2} = \frac{0}{0} = \lim_{x\to 2^+} \frac{2(x+2)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = 8$$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 3x + 2} = \frac{0}{0} = \lim_{x\to 2^-} \frac{2(x+2)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = 8$$

x=1 è un punto di discontinuità di seconda specie.
Poiché i limiti della funzione calcolati in x=+1 danno ±∞ si conclude che x = 1 è un asintoto verticale
Invece x=2 è un punto di discontinuità di terza specie. Perciò x=2 non è asintoto verticale.
Cerchiamo ora gli asintoti orizzontali. Si fa:

$$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 3x + 2} = 2$$

Perciò c'è un asintoto orizzontale di equazione y = 2.
Poiché risulta:

$$m = \lim_{x\to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to \pm\infty} \frac{2x^2 - 8}{x^3 - 3x^2 + 2x} = 0$$

Non ci sono asintoti obliqui

MASSIMI E MINIMI
Per il calcolo dei massimi e minimi calcoliamo la derivata della funzione

$$y' = \frac{4x(x^2 - 3x + 2) - (2x^2 - 8)(2x - 3)}{(x^2 - 3x + 2)^2}; \quad y' = \frac{4x^3 - 12x^2 + 8x - 4x^3 + 6x^2 + 16x - 24}{(x^2 - 3x + 2)^2}$$

$$y' = \frac{-6(x^2 - 4x + 4)}{(x^2 - 3x + 2)^2}$$

Studiamo il segno della derivata; il denominatore nel nostro dominio è sempre positivo.Perciò il segno dipenderà solo dal numeratore. Si risolve la disequazione
$-6(x^2 - 4x + 4) \geq 0; -6(x - 2)^2 \geq 0;$

la derivata è sempre negativa nel dominio. La funzione è sempre decrescente. Per x=2 la funzione non esiste e tende a 8.

Grafico:

$$y = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 3x + 2}$$

