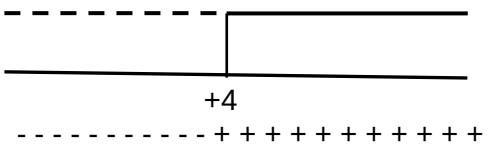
Classe 4 prof. G. Respano

Fare lo studio della seguente funzione

$$y = \frac{x^2}{3x - 12}$$

DOMINIO
Si tratta di una funzione razionale fratta. Il dominio si calcola uguagliando a zero il denominatore ed escludendo i valori trovati.
$3x - 12 = 0$; che fornisce per soluzione x= 4 . Perciò il dominio è D = R−{4};

ASINTOTI
Gli asintoti verticali si calcolano in corrispondenza dei punti di discontinuità.
studiamo il segno del denominatore dopo aver fatto la scomposizione
$3x - 12 \geq 0$



Calcoliamo i limiti

$\lim_{x\to 4^+} \frac{x^2}{3x-12}$ = + ∞ $\lim_{x\to 4^-} \frac{x^2}{3x-12}$ = − ∞

Il punto x =4 è un punto di discontinuità di seconda specie.
Poiché i limiti della funzione per x =4 danno ±∞ si conclude che x = 4 é un asintoto verticale.
Cerchiamo ora gli asintoti orizzontali. Si fa:

$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2}{3x-12}$ = ±∞

Perciò non ci sono asintoti orizzontali.
Poiché risulta:

m = $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ = $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2}{3x^2-12x} = \frac{1}{3}$

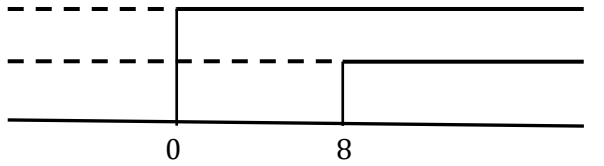
q = $\lim_{x\to\pm\infty} (f(x) - mx)$ = $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2}{3x-12} - \frac{1}{3}x$ = $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2 - x^2 + 4x}{3x-12} = \frac{4}{3}$

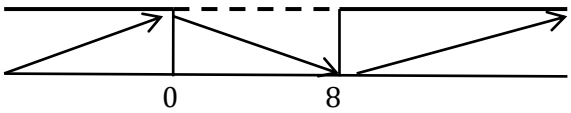
Quindi ; $m = \frac{1}{3}$; $q = \frac{4}{3}$; perciò c'è un asintoto obliquo di equazione $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$

MASSIMI E MINIMI
Per il calcolo dei massimi e minimi calcoliamo la derivata della funzione

$$y' = \frac{2x(3x-12) - 3x^2}{(3x-12)^2} \qquad y' = \frac{6x^2 - 24x - 3x^2}{(3x-12)^2} \qquad y' = \frac{3x^2 - 24x}{(3x-12)^2}$$

Studiamo il segno della derivata; il denominatore nel nostro dominio è sempre positivo.Perciò il segno dipenderà solo dal numeratore. Si risolve la disequazione $3x^2 - 24x \geq 0$
$x(3x-24) \geq 0$





Crescente decrescente crescente

Si ha un massimo in $x = 0$; si ha un minimo in $x = 8$
Max(0; 0) ; min(8;16/3)
Grafico:

$$y = \frac{x^2}{3x-12}$$

