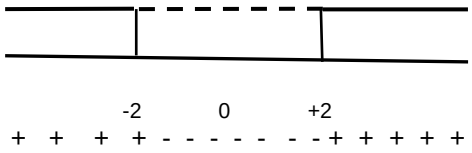
Classe 4 prof. G. Respano

Fare lo studio della seguente funzione

$$y = \frac{x^3 + 2x^2 - 8}{2x^2 - 8}$$

DOMINIO
Si tratta di una funzione razionale fratta. Il dominio si calcola uguagliando a zero il denominatore ed escludendo i valori trovati.
$2x^2 - 8 = 0;\ \ x^2 - 4 = 0;$ e fornisce per soluzione $x = -2; x = 2;$. Perciò il dominio è D = R–{-2: +2};

ASINTOTI
Gli asintoti verticali si calcolano in corrispondenza dei punti di discontinuità. Studiamo il segno del denominatore



Calcoliamo i limiti

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^3 + 2x^2 - 8}{2x^2 - 8} = \frac{8}{0^+} = +\infty; \quad \lim_{x\to 2^-} \frac{x^3 + 2x^2 - 8}{2x^2 - 8} = \frac{8}{0^-} = -\infty;$$

$$\lim_{x\to -2^+} \frac{x^3 + 2x^2 - 8}{2x^2 - 8} = \frac{-8}{0^-} = +\infty; \quad \lim_{x\to -2^-} \frac{x^3 + 2x^2 - 8}{2x^2 - 8} = \frac{-8}{0^+} = -\infty;$$

I punti $x = -2;\ x = 2$ sono punti di discontinuità di seconda specie.
Poiché i limiti della funzione per $x = -2;\ x = 2$ danno ±∞ si conclude che $x = 2;\ x = -2;$ sono asintoti verticali.
Cerchiamo ora gli asintoti orizzontali. Si fa:

$$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - 8}{2x^2 - 8} = \pm\infty;$$

Perciò non ci sono asintoti orizzontali.
Poiché risulta:

$$m = \lim_{x\to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \quad \lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - 8}{2x^3 - 8x} = \frac{1}{2};$$ c'è un asintoto obliquo

$$q = \lim_{x\to \pm\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - 8}{2x^2 - 8} - \frac{1}{2}x = \lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - 8 - x(x^2 - 4)}{2x^2 - 8} = 1$$

L'asintoto obliquo ha equazione $y = \frac{1}{2}x + 1$

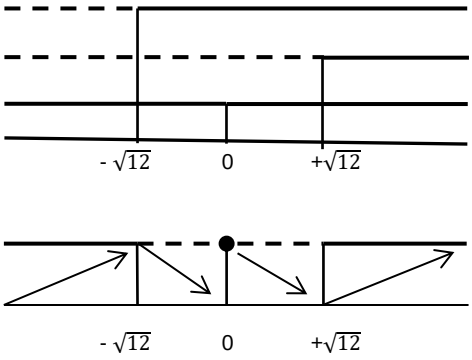
MASSIMI E MINIMI
Per il calcolo dei massimi e minimi calcoliamo la derivata della funzione

$$y' = \frac{(3x^2 + 4x)(2x^2 - 8) - (x^3 + 2x^2 - 8)4x}{(2x^2 - 8)^2}$$

$$y' = \frac{6x^4 - 24x^2 - 8x^3 + 32x - (4x^4 + 8x^3 - 32x)}{(2x^2 - 8)^2}$$

$$y' = \frac{2x^4 - 24x^2}{(2x^2 - 8)^2} = \frac{2x^2(x^2 - 12)}{(2x^2 - 8)^2}$$

Studiamo il segno della derivata; il denominatore nel nostro dominio è sempre positivo.Perciò il segno dipenderà solo dal numeratore. Si risolve la disequazione $2x^2(x^2 - 12) \geq 0;$ $x = 0;\ x = \pm\sqrt{12}$
$2x^2\left(x + \sqrt{12}\right)\left(x - \sqrt{12}\right) \geq 0;$



Si ha un massimo in $x = -\sqrt{12} = -3{,}464$; si ha un minimo in $x = +\sqrt{12} = +3{,}464$
Per x = 0 abbiamo un flesso a tangente orizzontale.
$f(\sqrt{12}) = 3{,}6$; $f(-\sqrt{12}) = -1{,}6$; Max(-3,46; -1,6); min(3,46; 3,6)

Grafico:

$$y = \frac{x^3 + 2x^2 - 8}{2x^2 - 8}$$

