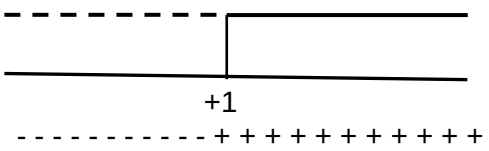
Classe 4 prof. G. Respano

Fare lo studio della seguente funzione

$$y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

DOMINIO
Si tratta di una funzione razionale fratta. Il dominio si calcola uguagliando a zero il denominatore ed escludendo i valori trovati.
$x - 1 = 0$; che fornisce per soluzione x= 1 . Perciò il dominio è D = R$-\{1\}$;

ASINTOTI
Gli asintoti verticali si calcolano in corrispondenza dei punti di discontinuità.
studiamo il segno del denominatore dopo aver fatto la scomposizione
$x - 1 \geq 0$



Calcoliamo i limiti

$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ = + ∞ $\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ = − ∞

Il punto x =1 è un punto di discontinuità di seconda specie.
Poiché i limiti della funzione x =1 danno ±∞ si conclude che x = 1 é un asintoto verticale.
Cerchiamo ora gli asintoti orizzontali. Si fa:

$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ = ±∞

Perciò non ci sono asintoti orizzontali.
Poiché risulta:

m = $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ = $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - x}$ = 1

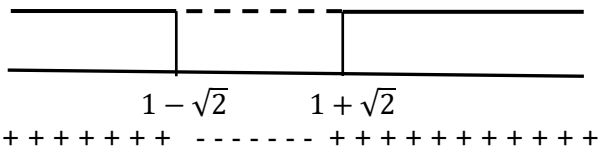
q = $\lim_{x\to \pm\infty} (f(x) - mx)$ = $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x - 1} - x$ = $\lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^2 + 1 - x^2 + x}{x - 1}$ = 1

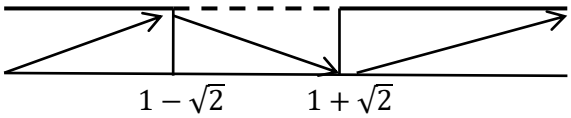
Quindi m =1; q =1; perciò c'è un asintoto obliquo di equazione y = x + 1

MASSIMI E MINIMI
Per il calcolo dei massimi e minimi calcoliamo la derivata della funzione

$$y' = \frac{2x(x-1) - (x^2+1)}{(x-1)^2} \qquad y' = \frac{2x^2 - 2x - x^2 - 1}{(x-1)^2} \qquad y' = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$$

Studiamo il segno della derivata; il denominatore nel nostro dominio è sempre positivo.Perciò il segno dipenderà solo dal numeratore. Si risolve la disequazione $x^2 - 2x - 1 \geq 0$
$[x - (1+\sqrt{2})][x - (1-\sqrt{2})] \geq 0$





Crescente decrescente crescente

Si ha un massimo in $x = 1-\sqrt{2}$; si ha un minimo in $x = 1+\sqrt{2}$
Grafico:

