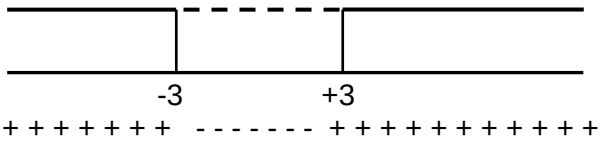
Fare lo studio della seguente funzione

$$y = \frac{x^3 - 27}{2(x^2 - 9)}$$

DOMINIO
Si tratta di una funzione razionale fratta. Il dominio si calcola uguagliando a zero il denominatore ed escludendo i valori trovati.Perciò il dominio è D = R−{-3; +3};
ASINTOTI
Gli asintoti verticali si calcolano in corrispondenza dei punti di discontinuità.
studiamo il segno del denominatore .



Calcoliamo i limiti

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 27}{2(x^2 - 9)} = +\frac{9}{4}$$

$$\lim_{x\to -3^+} \frac{x^3 - 27}{2(x^2 - 9)} = +\infty$$

$$\lim_{x\to -3^-} \frac{x^3 - 27}{2(x^2 - 9)} = -\infty$$

x=3 è un punto di discontinuità di seconda specie.
Poiché i limiti della funzione calcolati in x=-3 danno ±∞ si conclude che x = -3 è un asintoto verticale
Invece x=3 è un punto di discontinuità di terza specie. Perciò x=3 non è asintoto verticale.
Cerchiamo ora gli asintoti orizzontali. Si fa:

$$\lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^3 - 27}{2(x^2 - 9)} = \pm\infty$$

Perciò non ci sono asintoti orizzontali .
Poiché risulta:

$$m = \lim_{x\to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to \pm\infty} \frac{x^3 - 27}{2(x^2 - 9)} = \frac{1}{2} \qquad n = 0$$

C'è un asintoto obliquo y =1/2x

MASSIMI E MINIMI
Per il calcolo dei massimi e minimi calcoliamo la derivata della funzione

$$y' = \frac{x(x+6)}{2(x+3)^2};$$

Studiamo il segno della derivata; il denominatore nel nostro dominio è sempre positivo.il segno è positivo per x≤-6 e x≥0. Si ha un massimo per x = 6, e un minimo per x=0.

Grafico:

$$y = \frac{x^3 - 27}{2(x^2 - 9)}$$

