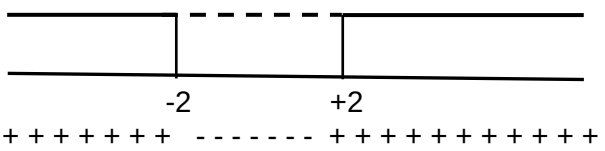
Classe 4 prof. G. Respano

Fare lo studio della seguente funzione

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$$

DOMINIO
Si tratta di una funzione razionale fratta. Il dominio si calcola uguagliando a zero il denominatore ed escludendo i valori trovati.
$x^2 - 4 = 0$; che fornisce per soluzioni x= +2 e x = –2. Perciò il dominio è D = R–{+2; –2};

ASINTOTI
Gli asintoti verticali si calcolano in corrispondenza dei punti di discontinuità.
studiamo il segno del denominatore dopo aver fatto la scomposizione
$(x - 2)(x + 2) \geq 0$



+ + + + + + + - - - - - - - + + + + + + + + + + + +

Calcoliamo i limiti

$\lim_{x \to 2^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$ = + ∞ $\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$ = – ∞

$\lim_{x \to -2^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$ = – ∞ $\lim_{x \to -2^-} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$ = + ∞

I due punti trovati sono punti di discontinuità di seconda specie.
Poiché i limiti della funzione calcolati in +2 e – 2 danno ±∞ si conclude che x = 2 e x = -2 sono asintoti verticali.
Cerchiamo ora gli asintoti orizzontali. Si fa:

$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$ = 1

Perciò c'è un asintoto orizzontale di equazione y = 1.
Poiché risulta:

m = $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ = $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 4x}$ = 0

Non ci sono asintoti obliqui

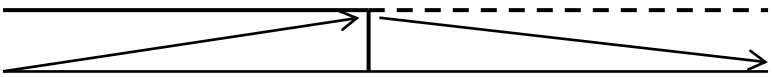
MASSIMI E MINIMI
Per il calcolo dei massimi e minimi calcoliamo la derivata della funzione

$$y' = \frac{2x(x^2-4) - (x^2-1)2x}{(x^2-4)^2} \qquad y' = \frac{2x^3 - 8x - 2x^3 + 2x}{(x^2-4)^2} \qquad y' = \frac{-6x}{(x^2-4)^2}$$

Studiamo il segno della derivata; il denominatore nel nostro dominio è sempre positivo.Perciò il segno dipenderà solo dal numeratore. Si risolve la disequazione

$-6x \geq 0$

Che risulta verificata per $x \leq 0$



crescente 0 decrescente

A sinistra di 0 la funzione è crescente, a destra è decrescente. Perciò in x = 0 si ha un massimo. Sostituendo nella funzine x = 0 si trova $y = \frac{1}{4}$; perciò si ha M(0;1/4)

Grafico:

